

**Aufgabe 2:** Ist es möglich, eine endliche Menge von nicht in einer Ebene gelegenen Punkten anzugeben, so dass zu je zwei Punkten A und B zwei davon verschiedene Punkte C und D existieren mit der Eigenschaft, dass die Strecken AB und CD parallel und voneinander verschieden sind?

**Lösung:** Wir betrachten einen Würfel mit der Grundfläche  $A_1B_1C_1D_1$  und der Deckfläche  $A_2B_2C_2D_2$ , wobei die Punkte mit den gleichen Buchstaben durch eine Kante verbunden seien. M sei der Mittelpunkt des Würfels und  $M_1$  und  $M_2$  die Spiegelpunkte an Grund- bzw. Deckfläche mit den entsprechenden Indizes.

Die Menge  $P = \{A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2, M, M_1, M_2\}$  ist punktsymmetrisch bezüglich M. Geht eine Verbindung zweier Punkte nicht durch M, so haben die in M gespiegelten Punkte die geforderte Eigenschaft.

Eine Diagonale des Würfels ist parallel zu einer der Strecken AM, BM, CM oder DM.  $M_1M_2$  ist parallel z.B. zu  $A_1A_2$ . Die Menge P hat also die gesuchte Eigenschaft.